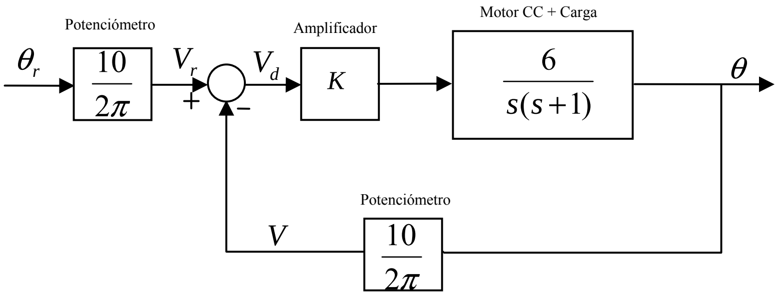
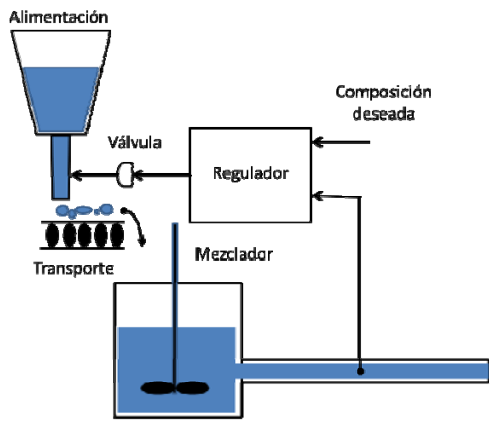
Problema 1 (45 minutos -5 puntos)

El sistema de la figura representa un servomecanismo de posición cuyo objetivo es que el ángulo del eje (***θ***), siga lo mejor posible a la referencia ***θr***. Para ello, el ángulo ***θr*** se convierte mediante un potenciómetro circular en una tensión ***Vr*** que se compara con la tensión ***V*** obtenida a partir del ángulo θ del eje mediante otro potenciómetro de idénticas características. La constante del potenciómetro es de $\frac{10}{2\pi} V/rad$. La diferencia ***Vd*** entre ambas tensiones se amplifica con ganancia ***K*** para proporcionar la tensión ***Vm*** que alimenta el motor de corriente continua. El diagrama de bloques una vez simplificado y reducido puede expresarse como:



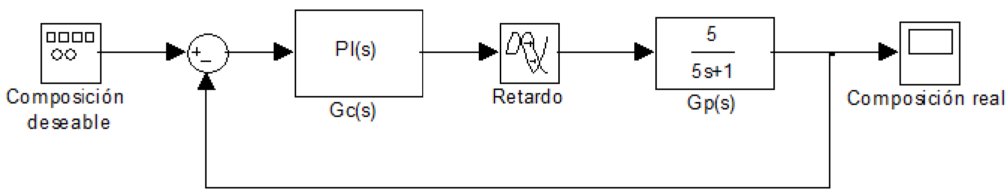
1.- Obtener el diagrama de Bode del sistema en cadena abierta para K=1. (2.5 puntos)
2.- <u>Cuantificar</u> la estabilidad del sistema en cadena cerrada. (2.5 puntos)
3.- Estudiar la precisión obtenida en función de K mediante la obtención de los distintos errores. (2.5 puntos)
4.- Mediante el lugar de las raíces explicar el efecto sobre la respuesta temporal que tendrá la variación de K. (2.5 puntos)

Problema 2 (70 minutos -5 puntos)



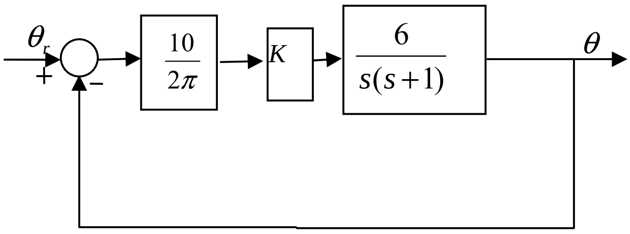
En la figura se muestra un sistema de control para la composición química de un producto industrial. El sistema recibe una alimentación granulable de composición variable. Se desea mantener una composición constante de la mezcla de salida mediante el ajuste de la válvula de alimentación. La función de transferencia de la válvula-mezclador es $G_p(s)=\frac{5}{5s+1}$. El regulador es un PI ideal con un $T_i=2.5s$ y un valor de ganancia variable k, $G_c(s)=k(1+\frac{1}{T_i s})$. El paso de la alimentación por el transportador requiere un tiempo de retardo de 1.5s.

1. Trazado del lugar de las raíces para k > 0, utilícese, sólo en este apartado, la aproximación de Pade de primer grado al retardo $e^{-sT_d}=\frac{1-s\frac{T_d}{2}}{1+s\frac{T_d}{2}}$. (3 puntos)
2. Para k = 0.1 del regulador PI ideal, diagrama de Bode de la cadena abierta. (2 puntos)
3. Con k=0.1 y sabiendo que las frecuencias de cruce de ganancia y fase son 0.166 [rad/s] y 0.916 [rad/s] respectivamente, calcular los márgenes de fase y ganancia. (2 puntos)
4. Estimar la evolución temporal de la composición de salida al escalón unitario con los valores anteriores del regulador PI, indíquese los valores más significativos. (2 puntos)
5. Ganancia máxima del regulador PI para convertir el sistema en críticamente estable. Discutir las discrepancias entre el apartado 1 y el 3 (1 puntos)



<u>Problema 1. Resolución</u>

De cara a todos los apartados del enunciado, el diagrama de bloques es fácilmente simplificable por:

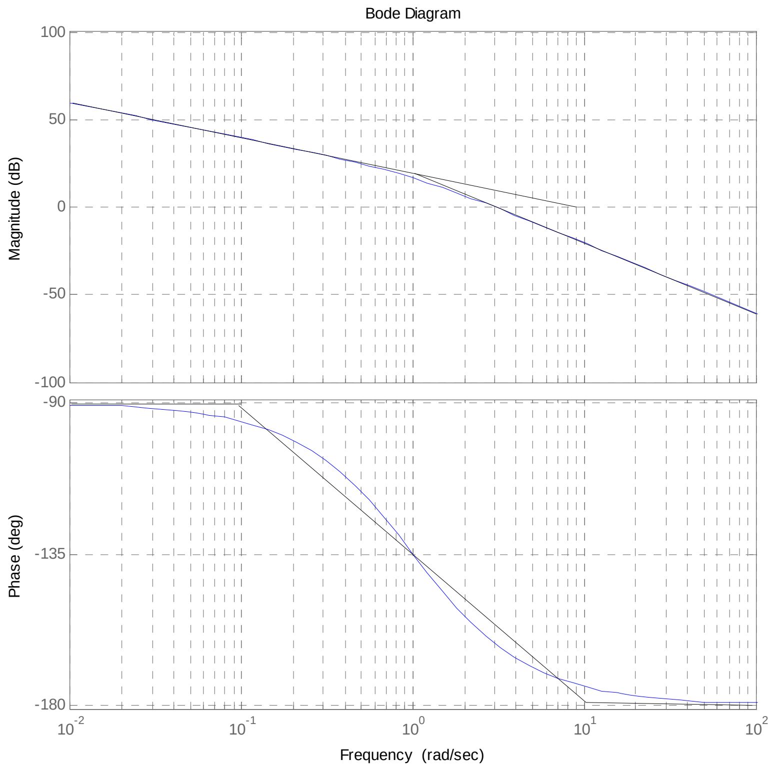


1.- Obtener el diagrama de Bode del sistema en cadena abierta para K=1.

$$G(s) = \frac{10K}{2\pi}\frac{6}{s(s+1)}$$

Bode con dos polos (0, -1). El sistema es de tipo I, por lo que para situar el diagrama de amplitudes conviene usar la constante de error de velocidad:

$$K_v = \lim \lim_{s\to 0} sG(s) = \frac{60}{2\pi} = 9.54$$



2.- <u>Cuantificar</u> la estabilidad del sistema en cadena cerrada.

La estabilidad del sistema en cadena cerrada queda cuantificada por los márgenes de fase y ganancia. Por inspección directa del Bode se observa que el margen de ganancia es infinito dado que no tenemos una frecuencia de cruce de fase. Sin embargo si que hay una frecuencia de cruce de ganancia y como consecuencia un margen de fase:

$$|G(\omega_g)| = 1$$
$$\frac{60}{2\pi|jw_g||1+jw_g|} = 1$$

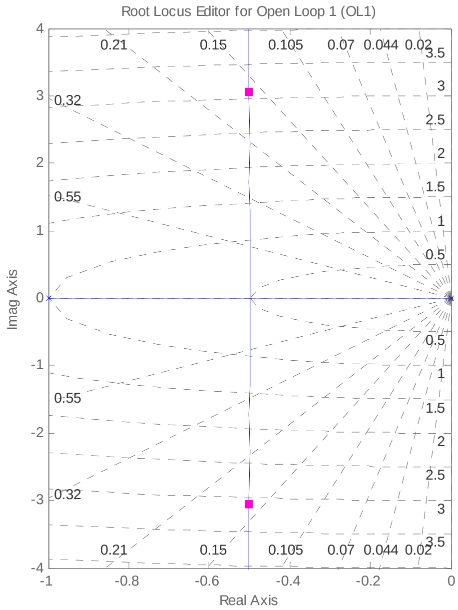
Resolviendo la ecuación cuatrática correspondiente, se obtiene que $w_g = 3\frac{rad}{s}$, por lo que

$$\gamma = 180 + Angulo\left(G(jw_g)\right) = 180 - 90 - \text{atan}\,3 = 18.44$$

3.- Estudiar la precisión obtenida en función de K mediante la obtención de los distintos errores.
El sistema es de tipo I por lo que se puede afirmar que el error de posición es nulo y el de aceleración infinito. El error de velocidad se obtiene de forma genérica:

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = 9.54K$$
$$E_v = \frac{1}{K_v} = 0.104\frac{1}{K}$$

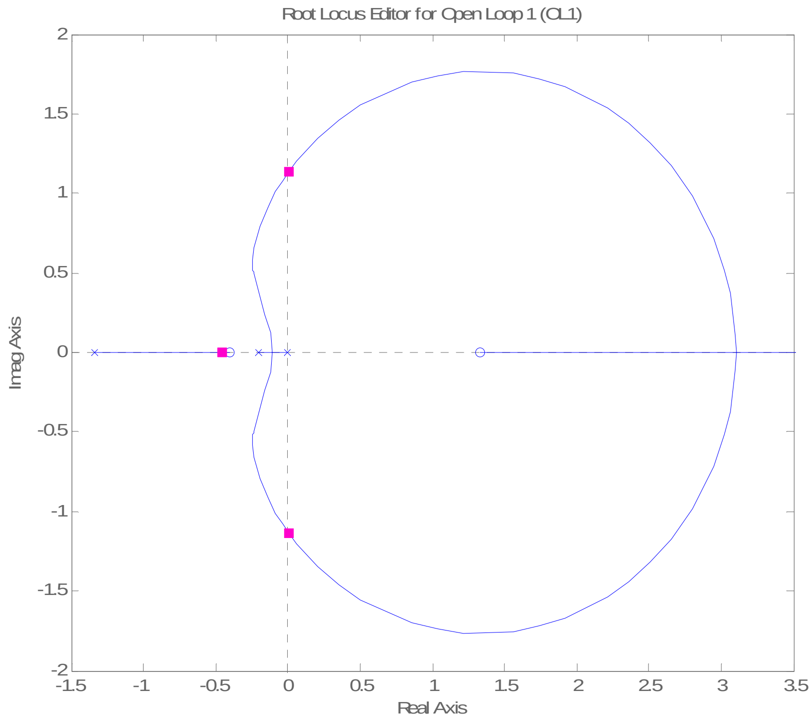
4.- El LDR es inmediato, dado que no hay ceros, y es igual que el de la maqueta del laboratorio (Peltier):



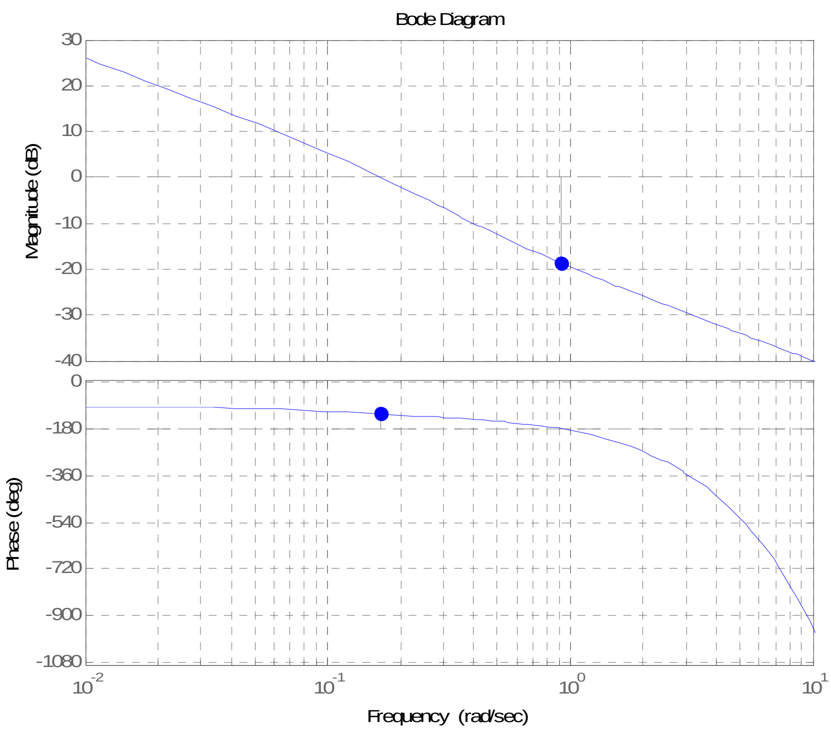
El sistema nunca se vuelve inestable, e inicialmente se va haciendo más rápido debido a que el polo dominante se desplaza hacia valores más negativos del eje real. Sin embargo, a partir de un cierto punto el factor de amortiguamiento se estabiliza y comienza poco a poco a hacerse más oscilatorio, aunque en teoría nunca inestable.

Problema 2. Resolución

1. La aproximación de Pade hace añadir un signo menos, lo que hace cambiar las reglas nº 3, 5 y 7.



2. El diagrama de Bode de la cadena abierta será:

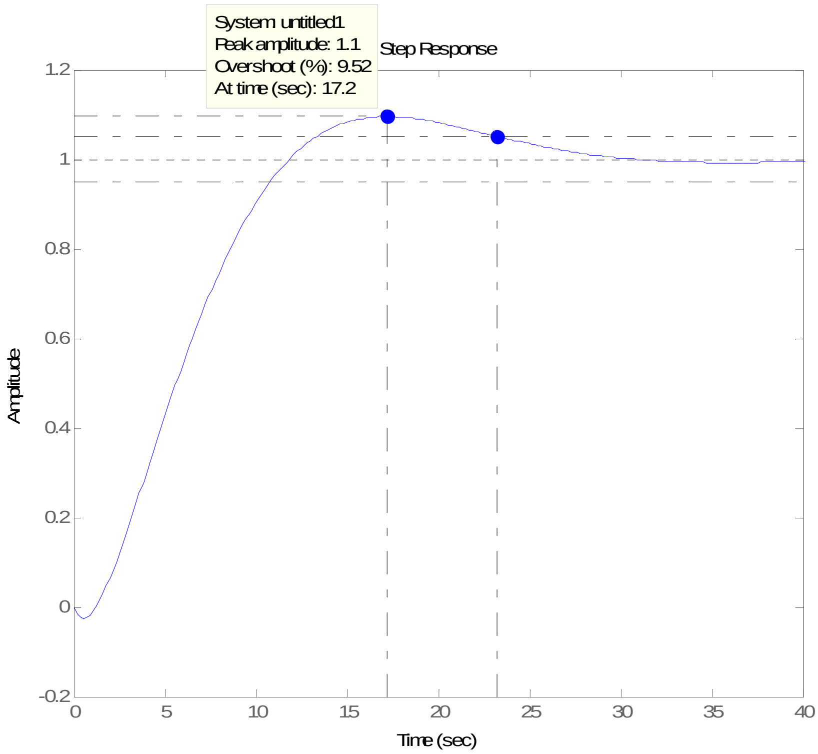


3. $$\gamma = 180º - 90º - (\omega_g 1.5)\frac{180}{\pi} - arctg(\omega_g 2.5) - arctg(\omega_g 5) = 58.5º$$

$$\gamma = 180º - 90º - (\omega_g 1.5)\frac{180}{\pi} - arctg(\omega_g 2.5) - arctg(\omega_g 5) = 58.5º$$

$$k_g = \frac{1}{\dfrac{0.5\sqrt{1+(\omega_f 2.5)^2}}{\omega_f 2.5\sqrt{1+(\omega_f 5)^2}}} = 8.7 = 18.8dB$$

4. Al ser de tipo 1 el error será nulo. Se estima que el sistema realimentado se aproxima a un modelo de segundo orden con $\xi_{cc} = \frac{\gamma}{100} = 0.585$ y $0.16 \le \omega_{n,cc} \le 0.92\,[rad/s]$. Se estima $\omega_{n,cc} \approx 0.2\,[rad/s]$. Con estas consideraciones se tiene: $M_p \approx 11\%, t_s \approx 19s, t_p \approx 26s$. La simulación con Matlab hace observar que la estimación es acertada.



5. El valor máximo del ganancia del regulador será: $k_{\max} = 0.1k_g = 0.87$. Se ha observado que en la realización del lugar de las raíces el valor de $k_{cr} = 1.1$. La discrepancia se justifica por la aproximación de primer orden de Pade sobre el retardo, efectuado en el trazado del lugar de las raíces. Por tanto, el valor más ajustado es el que proviene del análisis en frecuencias, al emplear en retardo sin aproximaciones. Obsérvese también que la frecuencia de cruce de fase es de 0.92[rad/s] mientras que en el trazado está alrededor de 1.2[rad/s].